

Vorrechenübung

Aufgabe 7.1 ●●● Zwei-Kammer-System

In zwei **adiabaten** Behältern A und B befindet sich zu Beginn Stickstoff mit den folgenden Zuständen:

Behälter A: $V_A = 1 \text{ m}^3$; $p_{1,A} = 22 \text{ bar}$; $T_{1,A} = 300 \text{ K}$

Behälter B: $V_B = 1 \text{ m}^3$; $p_{1,B} = 2 \text{ bar}$; $T_{1,B} = 300 \text{ K}$

Die Behälter werden **durch eine Leitung anschließend so verbunden**, dass sich der **Druck** und die **Temperatur ausgleichen können**. Während dieses Prozesses wird **keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht**. Aus der Energiebilanz folgt für die Temperatur nach dem Ausgleich $T_2 = 300 \text{ K}$.

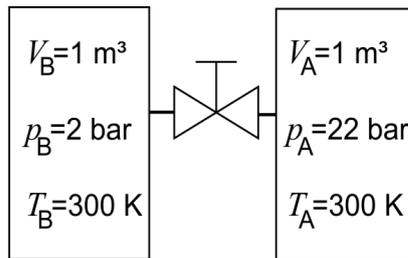


Abbildung 1: Schematische Darstellung der verbundenen Behälter

Annahmen:

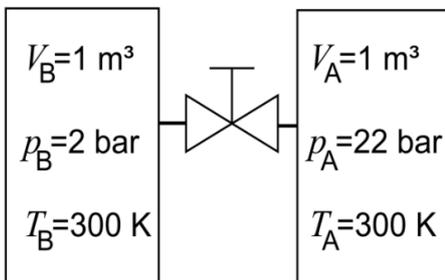
- Stickstoff ist als **ideales Gas** mit **konstanter Wärmekapazität** zu modellieren.

a) Bestimmen Sie die **Entropieänderung** des gesamten Systems ΔS bei diesem Ausgleichsprozess.

System Klassifizierung: • Geschlossenes Sys. mit 2 halb offenen Subsys.
 • Nach draußen adiabatisch diese brauchen wir nicht umzulösen

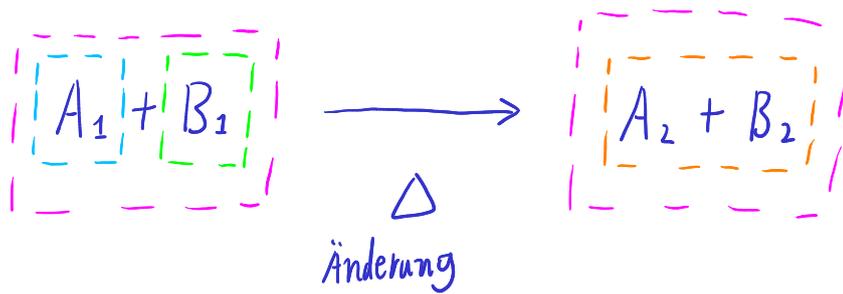
Verstehen, was passiert?

Zustand 1: 2 Sub-Sys. getrennt.



Zustand 2: 2 Sub-Sys verbunden, herrscht gleiche Bedingung
 \Rightarrow homogen,
 \Rightarrow als "Ein" betrachten.

Ansatz :



A_1 B_1 Separat berechnen,
Sumieren \Rightarrow Gesamte Entropie
bei Zustand 1

$A_2 = B_2$ homogenes Sys
Gesamte Entropie
bei Zustand 2

$$\Delta S = \boxed{\text{Gesamte Entropie bei Zustand 2}} - \boxed{\text{Gesamte Entropie bei Zustand 1}}$$

Wir suchen nach Größe S : Entropie

Welche Formel passen zu unserem Ansatz?

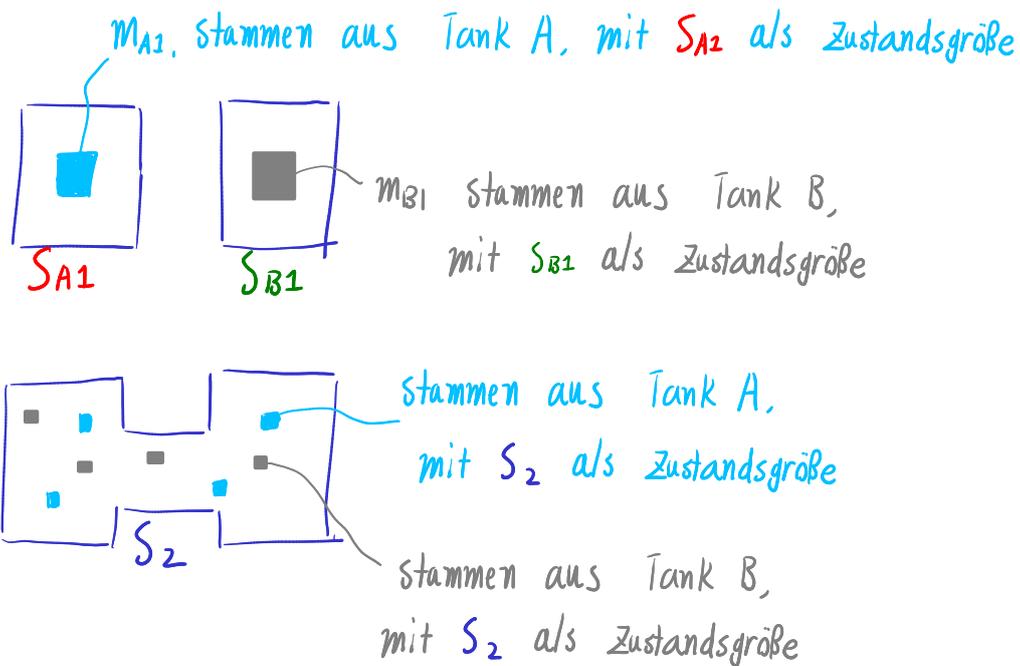
Aus ZF

▪ Geschlossenes System: $\frac{dS}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{\text{erz}}$ $\Delta S = S_2 - S_1 = m(s_2 - s_1) = \sum_j \frac{Q_j}{T_j} + S_{\text{erz}}$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \overset{\substack{\text{Sys. Zustand 2} \\ \downarrow}}{S_2} - \overset{\substack{\text{System Zustand 1}}}{S_1} && \text{Definitionssache} \\ &= m_{\text{tot}}(s_2) - m_{A1}(s_{A1}) - m_{B1}(s_{B1}) \\ &\quad \left| \begin{array}{l} \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Zustand 2 homogen} \quad m_{\text{tot}} = m_{A1} + m_{B1} \end{array} \right. \\ &= (m_{A1} + m_{B1})(s_2) - m_{A1}(s_{A1}) - m_{B1}(s_{B1}) && \text{math. ...} \\ &= m_{A1} \cdot s_2 + m_{B1} \cdot s_2 - m_{A1}(s_{A1}) - m_{B1}(s_{B1}) \end{aligned}$$

$$\Delta S = m_{A1}(S_2 - S_{A1}) + m_{B1}(S_2 - S_{B1})$$

Math. Umformung braucht keine Erklärung,
jedoch wie kann man sie verstehen?



$$\Delta S = m_{A1}(S_2 - S_{A1}) + m_{B1}(S_2 - S_{B1})$$

↑
Masse in 2. Zustand überall in Tank verteilt,
aber sie stammen aus Tank B,
und nun haben die S_2

$$\Delta S = M_{A1}(S_2 - S_{A1}) + M_{B1}(S_2 - S_{B1})$$

S_2, S_{A1}, S_{B1} sind massenspezifische Zustandsgröße $\left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$

Nun kann man Formel in ZF **3 Stoffmodelle**
Passende Formeln suchen.

$$s^{\text{if}}(T_2) - s^{\text{if}}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c^{\text{if}}(T)}{T} dT$$

Bei Verwendung von Tabellenwerten:

$$s^{\text{ig}}(T_2, p_2) - s^{\text{ig}}(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Spezifische Zustandsgröße $\phi = v, u, h, s$

$$s^{\text{pg}}(T_2, p_2) - s^{\text{pg}}(T_1, p_1) = c_p^{\text{pg}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Welche ?

Reminder :

Annahmen:

- Stickstoff ist als ideales Gas mit konstanter Wärmekapazität zu modellieren.

Don't get fooled by ideales Gas !

ideales Gas mit konstanter Wärmekapazität ist Perfektes Gas



$$\text{ZF } s^{\text{pg}}(T_2, p_2) - s^{\text{pg}}(T_1, p_1) = c_p^{\text{pg}} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\Delta S = M_{A1}(S_2 - S_{A1}) + M_{B1}(S_2 - S_{B1})$$

$$S_2 - S_{A1} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_A} \right) - R \ln \left(\frac{p_2}{p_A} \right) = -R \ln \left(\frac{p_2}{p_A} \right)$$

1, $T_2 = T_A = 300\text{K}$

$$S_2 - S_{B1} = -R \ln\left(\frac{P_2}{P_B}\right)$$

ges: m_{A1}, m_{B1}, R, P_2

ZF

$$\bar{R} = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

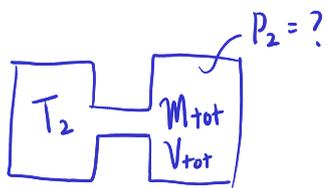
$$R = c_p^{ig} - c_v^{ig} = \frac{\bar{R}}{M}$$

$$M = 28,01 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad \text{TAB A1}$$

$$R = 0,2968 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$pV = mRT \Rightarrow m_{A1} = \frac{P_{1,A} V_A}{R T_A} = \frac{2200 \text{ kPa} \cdot 1 \text{ m}^3}{0,2968 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 24,708 \text{ kg}$$

$$m_{B1} = \frac{P_{1,B} V_B}{R T_B} = \frac{200 \text{ kPa} \cdot 1 \text{ m}^3}{0,2968 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 2,2462 \text{ kg}$$



$$P_2 = \frac{m_{\text{tot}} R T_2}{V_{\text{tot}}} = \frac{26,9542 \text{ kg} \cdot 0,2968 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{2 \text{ m}^3} = 1200 \text{ kPa} = 12 \text{ bar}$$

$$S_2 - S_{A1} = -R \ln\left(\frac{P_2}{P_A}\right) = 0,1799 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$S_2 - S_{B1} = -R \ln\left(\frac{P_2}{P_B}\right) = -0,53179 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

$$\Delta S = m_{A1}(S_2 - S_{A1}) + m_{B1}(S_2 - S_{B1}) = \underline{\underline{3,25 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}} \quad \text{ML. } \checkmark$$

Einheit für Entropie

Entropie $S: \left[\frac{\text{J}}{\text{K}}\right] \sim \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right]$

massenspezifische Entropie $s: \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right] \sim \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$

$S = m \cdot s$

Diese und analog andere Beziehung wie. $V = m \cdot v$ $U = m \cdot u$ $W = m \cdot w$ müsst ihr Können !

b) Bestimmen Sie die Entropieerzeugung S_{erz} bei diesem Ausgleichsprozess.

ZF

Geschlossenes System: $\frac{dS}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{\text{erz}}$ $\Delta S = S_2 - S_1 = m(s_2 - s_1) = \sum_j \frac{Q_j}{T_j} + S_{\text{erz}}$

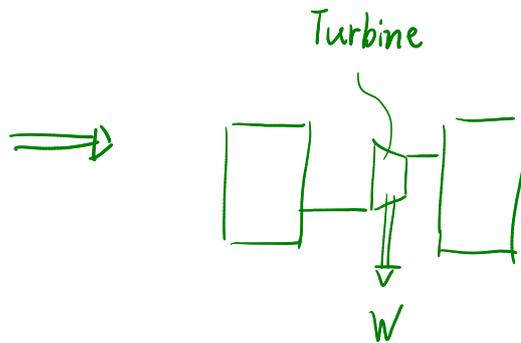
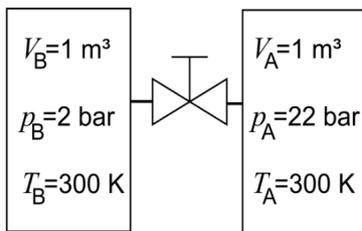
$\Delta S = 3,25 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ aus a)

$\Delta S = \frac{Q}{T} + S_{\text{erz}} \Rightarrow S_{\text{erz}} = \Delta S = 3,25 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$
o, adiab

Temperatur ausgleichen können. Während dieses Prozesses wird keine Wärme mit der Umgebung ausgetauscht. Aus der Energiebilanz folgt für die Temperatur nach dem Ausgleich $T_2 = 300\text{K}$.

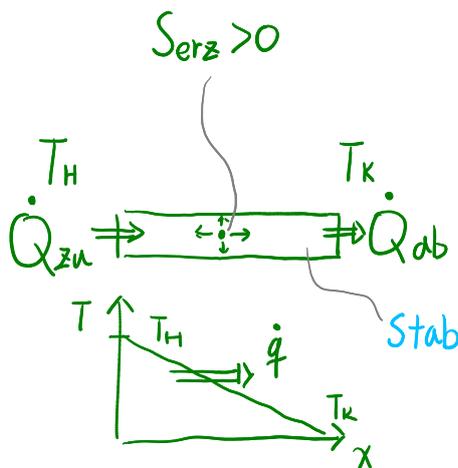
$S_{\text{erz}} > 0 \Rightarrow$ irreversibel

Wo die Entropieerzeugung > 0 ist, ist wo, wir die Arbeit raus holen könnten.

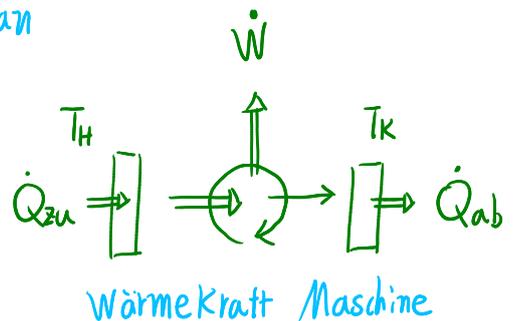


BSP.

irreversibel Wärmeübertragung entlang eine Temp. Gradient.



Man kann Arbeit ausholen, indem man eine Wärmekraft Maschine dem Stab ersetzen



Energie B $\Rightarrow \dot{Q}_{\text{zu}} \neq \dot{Q}_{\text{ab}}$

Energie B. $\Rightarrow \dot{Q}_{\text{zu}} = \dot{Q}_{\text{ab}}$

Entropie B. $\Rightarrow \frac{dS}{dt} = \frac{\dot{Q}_{\text{zu}}}{T_H} - \frac{\dot{Q}_{\text{ab}}}{T_K} + \dot{S}_{\text{erz}}$
stationär